試卷二 (第六套)

1. C	**2.** C	**3.** A	**4.** D	**5.** B	**6.** D
7. D	**8.** A	**9.** D	**10.** A	**11.** B	**12.** B
13. A	**14.** B	**15.** B	**16.** B	**17.** D	**18.** C
19. D	**20.** D	**21.** A	**22.** A	**23.** B	**24.** B
25. C	**26.** C	**27.** A	**28.** B	**29.** A	**30.** A
31. C	**32.** D	**33.** B	**34.** B	**35.** B	**36.** A
37. D	**38.** A	**39.** C	**40.** C	**41.** C	**42.** D
43. C	**44.** C	**45.** D			

甲部

1. $\boxed{\text{C}}$

$$\begin{aligned}2^{400}(2^{-201}+2^{-200}) &= 2^{400}(2^{-201}+2^{-201+1})\\ &= 2^{400}[(2^{-201})(1+2)]\\ &= 3(2^{400-201})\\ &= \underline{\underline{3(2^{199})}}\end{aligned}$$

2. $\boxed{\text{C}}$

$$\begin{aligned}x &= 3-\frac{y-1}{y}\\ \frac{y-1}{y} &= 3-x\\ y-1 &= 3y-xy\\ xy-2y &= 1\\ y(x-2) &= 1\\ y &= \underline{\underline{\frac{1}{x-2}}}\end{aligned}$$

3. $\boxed{\text{A}}$

$$\begin{aligned}&su+tu-sv-tv+sw+tw\\ &= u(s+t)-v(s+t)+w(s+t)\\ &= \underline{\underline{(s+t)(u-v+w)}}\end{aligned}$$

4. $\boxed{\text{D}}$

$-x^2+2kx-2=k$

$x^2-2kx+k+2=0$

$\because$ 該二次方程有等根。

$\therefore$ $\Delta=0$

即 $$\begin{aligned}(-2k)^2-4(1)(k+2) &= 0\\ 4k^2-4k-8 &= 0\\ k^2-k-2 &= 0\\ (k+1)(k-2) &= 0\\ k = \underline{\underline{-1}} \quad 或 \quad k &= \underline{\underline{2}}\end{aligned}$$

5. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}左方 &= -x^2+mx(1-x)\\ &= -x^2+mx-mx^2\\ &= (-1-m)x^2+mx\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}右方 &= nx(x-3)+3x\\ &= nx^2-3nx+3x\\ &= nx^2+(3-3n)x\end{aligned}$$

比較兩方同類項，可得

$$\begin{cases}-1-m=n\\ m=3-3n\end{cases}$$

解以上兩條方程，可得 $m=-3$ 及 $n=2$。

$\therefore$ $m+n=-3+2=\underline{\underline{-1}}$

6. $\boxed{\text{D}}$

$\because$ $x-5$ 是 $f(x)$ 的一個因式。

$\therefore$ $$\begin{aligned}f(5) &= 0\\ 2(5)^2-13(5)+k &= 0\\ k &= 15\end{aligned}$$

當 $f(x)$ 除以 $2x+5$ 時，

$$\begin{aligned}餘數 &= f\left(-\frac{5}{2}\right)\\ &= 2\left(-\frac{5}{2}\right)^2-13\left(-\frac{5}{2}\right)+15\\ &= \underline{\underline{60}}\end{aligned}$$

7. $\boxed{\text{D}}$

對於 I：

$\because$ $y=ax^2-x+b$ 的圖像的開口向上。

$\therefore$ $a>0$

$\therefore$ I 是正確的。

對於 II：

b 是 $y=ax^2-x+b$ 的圖像的 y 截距。

$\therefore$ $b>0$

$\therefore$ II 是正確的。

對於 III：

$\because$ $y=ax^2-x+b$ 的圖像與 x 軸並不相交。

$\therefore$ $\Delta<0$

即 $$\begin{aligned}(-1)^2-4a(b) &< 0\\ -4ab &< -1\\ ab &> \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$\therefore$ III 是正確的。

$\therefore$ 答案是 D。

8. $\boxed{\text{A}}$

9. $\boxed{\text{D}}$

$$\frac{1-2x}{3} \ge -5$$
$$1-2x \ge -15$$
$$-2x \ge -16$$
$$x \le 8$$

10. $\boxed{\text{A}}$

設每部手機的成本為 $\$x$。
志強的手機的售價
$= \$x(1+10\%)$
$= \$1.1x$
美儀的手機的售價
$= \$x(1+10\%)(1-10\%)$
$= \$0.99x$
依題意，可得
$$1.1x + 0.99x = 8778$$
$$2.09x = 8778$$
$$x = 4200$$
$\therefore$ 利潤 $= \$(8778 - 2\times 4200)$
$= \$378$
$\therefore$ 兆峯獲利 $378。

11. $\boxed{\text{B}}$

$\because$ 任何兩個等邊三角形都是相似的。

$$\therefore \quad \frac{\text{新三角形的面積}}{\text{原三角形的面積}} = \left(\frac{\text{新三角形的周界}}{\text{原三角形的周界}}\right)^2$$
$$= (1-20\%)^2$$
$$= 0.64$$
$$= (1-36\%)$$

$\therefore$ 三角形的面積將減少 36%。

12. $\boxed{\text{B}}$

第 2 個圖案的點子數目
$= 3 + (1+2) = 6$
第 3 個圖案的點子數目
$= 3 + (1+2) + (2+2) = 10$
第 4 個圖案的點子數目
$= 3 + (1+2) + (2+2) + (3+2) = 15$
第 5 個圖案的點子數目
$= 3 + (1+2) + (2+2) + (3+2) + (4+2) = 21$
第 6 個圖案的點子數目
$= 3 + (1+2) + (2+2) + (3+2) + (4+2) + (5+2) = \underline{\underline{28}}$

13. $\boxed{\text{A}}$

$$\frac{3}{2x} = \frac{4}{3y}$$
$$\frac{9}{8}y = x$$
$\because$ x 及 y 均為負數。
$\therefore$ $x < y$

$$\frac{4}{3y} = \frac{5}{4z}$$
$$\frac{16}{15}z = y$$
$\because$ y 及 z 均為負數。
$\therefore$ $y < z$
$\therefore$ $x < y < z$

14. $\boxed{\text{B}}$

$\because$ $z \propto \dfrac{x}{y^2}$

$\therefore$ $z = \dfrac{kx}{y^2}$，其中 $k \ne 0$

把 $x = 1$，$y = 2$ 及 $z = 1$ 代入方程，可得
$$1 = \frac{k(1)}{2^2}$$
$$k = 4$$
$\therefore$ $z = \dfrac{4x}{y^2}$

當 $x = 3$ 及 $y = 6$ 時，
$$z = \frac{4(3)}{6^2} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

15. $\boxed{\text{B}}$

$\because$ 最大絕對誤差 $= \dfrac{1}{2} \times 0.5\text{ g} = 0.25\text{ g}$

$\therefore$ 5 枚硬幣的最小重量 $= (100 - 0.25)\text{ g}$
$= 99.75\text{ g}$

$\therefore$ 1 枚硬幣的最小重量 $= \dfrac{99.75}{5}\text{ g}$
$= \underline{\underline{19.95\text{ g}}}$

16. $\boxed{\text{B}}$

設圓錐的斜高和高分別為 ℓ cm 和 h cm。
$\because$ 曲面面積 $= 180\pi\text{ cm}^2$
$\therefore$ $\pi(12)\ell = 180\pi$
$\ell = 15$

$h = \sqrt{\ell^2 - 12^2}$ (畢氏定理)
$= \sqrt{15^2 - 12^2}$
$= 9$

$\therefore$ 圓錐的體積
$= \dfrac{1}{3}\pi(12)^2(9)\text{ cm}^3$
$= \underline{\underline{432\pi\text{ cm}^3}}$

17. $\boxed{\text{D}}$

$\because \quad \triangle AFD \sim \triangle CFE \quad$ (AAA)

$\therefore \quad \dfrac{DF}{EF} = \dfrac{AD}{CE}$ (相似△的對應邊)

$= \dfrac{3+1}{1}$

$= 4$

$\because \quad \triangle CDF$ 與 $\triangle CFE$ 具有相同的高。

$\therefore \quad \dfrac{\triangle CDF\text{ 的面積}}{\triangle CFE\text{ 的面積}} = \dfrac{DF}{EF} = \dfrac{4}{1}$

$\triangle CFE$ 的面積 $= \dfrac{1}{4} \times 4\text{ cm}^2 = 1\text{ cm}^2$

$\because \quad \triangle AFD \sim \triangle CFE$

$\therefore \quad \dfrac{\triangle AFD\text{ 的面積}}{\triangle CFE\text{ 的面積}} = \left(\dfrac{DF}{EF}\right)^2 = \left(\dfrac{4}{1}\right)^2 = 16$

$\triangle AFD$ 的面積 $= 16 \times 1\text{ cm}^2$

$= 16\text{ cm}^2$

四邊形 $ABEF$ 的面積

$= (16+4-1)\text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{19\text{ cm}^2}}$

18. $\boxed{\text{C}}$

每個內角 $= \dfrac{(6-2)\times 180^\circ}{6}$ (多邊形內角和)

$= 120^\circ$

$\therefore \quad \angle BAF = 120^\circ$

$\because \quad AF = AB$

$\therefore \quad \angle AFB = \angle ABF$ (等腰△底角)

$\angle AFB + \angle ABF + 120^\circ = 180^\circ$ (△內角和)

$2\angle AFB = 60^\circ$

$\angle AFB = 30^\circ$

同理，$\angle FAE = 30^\circ$

$\therefore \quad \angle AGB = 30^\circ + 30^\circ$ (△外角)

$= \underline{\underline{60^\circ}}$

19. $\boxed{\text{D}}$

在 $\triangle AEB$ 中，

$\angle ABE = 48^\circ - 12^\circ$ (△外角)

$= 36^\circ$

$\angle BCD = \angle BAD$ (同弓形內的圓周角)

$= 12^\circ$

在 $\triangle BCF$ 中，

$\angle AFC = 36^\circ - 12^\circ$ (△外角)

$= \underline{\underline{24^\circ}}$

20. $\boxed{\text{D}}$

對於 A：

$n = \dfrac{360^\circ}{20^\circ} = 18$

對於 B：

每個內角的大小 $= 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$

$\therefore$ 每個內角均較每個外角大 140°。

對於 C：

該多邊形共有 18 條邊。

但該多邊形的對角線數目並不是 18。

該多邊形的對角線數 $= \dfrac{18(18-3)}{2} = 135$

對於 D：

該多邊形的內角和 $= 180^\circ \times (18-2) = 2880^\circ$

$\therefore$ 答案是 D。

21. $\boxed{\text{A}}$

對於 I：

$\because \quad x$ 位於象限 II。

$\therefore \quad \sin x > 0$ 及 $\cos x < 0$

$\therefore \quad \sin x > \cos x$

$\therefore$ I 是正確的。

對於 II：

$\because$ 當 $90^\circ < x < 180^\circ$ 時，$\cos x$ 會隨着 x 增加而減少。

$\therefore$ 當 $90^\circ < x < y < 180^\circ$ 時，$\cos x > \cos y$

$\therefore$ II 是正確的。

對於 III：

$\because$ 當 $90^\circ < x < 180^\circ$ 時，$\tan x$ 會隨着 x 增加而增加。

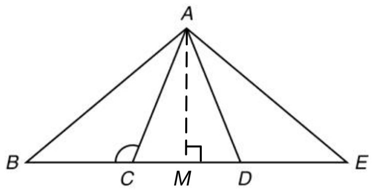
$\therefore$ 當 $90^\circ < x < y < 180^\circ$ 時，$\tan x < \tan y$

$\therefore$ III 並不正確。

$\therefore$ 答案是 A。

22. $\boxed{\text{A}}$

繪畫 AM，其中 M 是 BE 上的一點，使 $AM \perp BE$。



$\because \quad \triangle ABE$ 的面積 $= 30\text{ cm}^2$

$\therefore \quad \dfrac{1}{2} \times 12\text{ cm} \times AM = 30\text{ cm}^2$

$AM = 5\text{ cm}$

$\because \quad AB = AE$

$\therefore \quad \angle ABC = \angle AED$ (等腰△底角)

$BC = ED$

$\therefore \quad \triangle ABC \cong \triangle AED$ (SAS)

$\therefore \quad AC = AD$

$\because \quad AC = AD$ 及 $AM \perp CD$

$\therefore \quad CM = MD$ (等腰△性質)

即 $CM = \dfrac{1}{2}CD = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}BE\right) = 2\text{ cm}$

在 $\triangle ACM$ 中，

$\tan\angle ACM = \dfrac{AM}{CM}$

$= \dfrac{5\text{ cm}}{2\text{ cm}}$

$\angle ACM \approx 68.1986^\circ$

$\therefore \quad \angle ACB \approx 180^\circ - 68.1986^\circ$ (直線上的鄰角)

$= \underline{\underline{112^\circ}}$ (準確至三位有效數字)

23. $\boxed{\text{B}}$

24. $\boxed{\text{B}}$

$ax+y=b$ 及 $cx+dy=1$ 的斜率分別為 $-a$ 及 $-\dfrac{c}{d}$，

而其 y 截距分別為 b 及 $\dfrac{1}{d}$ 。

由於兩條直線沒有相交，它們必定是兩條平行線，且非一條相同直線。

即　它們的斜率相等，而 y 截距不相等。

$\therefore\quad -a=-\dfrac{c}{d}\qquad$ 及 $\qquad b\neq\dfrac{1}{d}$

$\qquad ad=c\qquad\qquad bd\neq 1$

∴　只有 II 必定正確。

∴　答案是 B。

25. $\boxed{\text{C}}$

設 P 的坐標為 (x, y)。

P 的軌跡：

$$\sqrt{(x+15)^2+(y-10)^2}=y-0$$
$$(x+15)^2+(y-10)^2=y^2$$
$$x^2+30x+225-20y+100=0$$
$$x^2+30x-20y+325=0$$
$$y=\frac{1}{20}(x^2+30x+325)$$

∴　P 的軌跡為一條拋物線。

26. $\boxed{\text{C}}$

$$\text{圓心的坐標}=\left(-\frac{(-2)}{2},-\frac{4}{2}\right)$$
$$=(1,-2)$$

$$\text{半徑}=\sqrt{1^2+(-2)^2-k}$$
$$=\sqrt{5-k}$$

原點與圓心之間的距離

$=\sqrt{(1-0)^2+(-2-0)^2}$

$=\sqrt{5}$

$>$ 半徑　($\because\ 0<k<5$)

∴　原點位於圓以外。

∴　答案是 C。

27. $\boxed{\text{A}}$

$P(\text{綠球})=\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$

$P(\text{藍球})=\dfrac{3}{10}$

$P(\text{黃球})=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$

獲得現金卷的面值的期望值

$=\$\left(50\times\dfrac{1}{5}+20\times\dfrac{3}{10}+10\times\dfrac{1}{2}\right)$

$=\underline{\underline{\$21}}$

28. $\boxed{\text{B}}$

共有 4 個三張紙幣的可能組合：

{\$10, \$20, \$50}, {\$10, \$20, \$100}, {\$10, \$50, \$100},

{\$20, \$50, \$100}.

所求的概率

$=\dfrac{2}{4}$

$=\underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$

29. $\boxed{\text{A}}$

該分佈的四分位數間距

$=110-96$

$=\underline{\underline{14}}$

30. $\boxed{\text{A}}$

對於 I：

∵　a 與 b 的平均數是 16。

$\therefore\quad \dfrac{a+b}{2}=16$

$\qquad a+b=32$

全組數據的平均數

$=\dfrac{20+8+19+19+16+16+15+13+18+a+b}{11}$

$=\dfrac{144+32}{11}$

$=16$

∴　I 是正確的。

對於 II 及 III：

把數據 (除 a 和 b 外) 由小至大排列：

8, 13, 15, 16, 16, 18, 19, 19, 20

以上數據組的中位數是 16。

情況 1:　若 $a=b=16$，則數據組的中位數仍是 16。

情況 2:　若 $a>16$ 及 $b<16$，則數據組的中位數仍是 16。

情況 3:　若 $a<16$ 及 $b>16$，則數據組的中位數仍是 16。

∴　對於任何 a 值和 b 值，數據組的中位數必為 16。

∴　II 是正確，但 III 是不正確。

∴　答案是 A。

乙部

31. $\boxed{\text{C}}$

從 H.C.F.得知，常數的最小值為 4 及 a 的冪的最小值為 1。

從 L.C.M.得知，b 和 c 的冪的最大值分別為 4 和 6。

∴　第三個數式為 $4ab^4c^6$ 。

32. $\boxed{\text{D}}$

根據圖像，

$$\sqrt{y}=\frac{6-0}{0-(-2)}x+6$$
$$\sqrt{y}=3x+6$$
$$y=9x^2+36x+36$$

33. $\boxed{\text{B}}$

$19+2^6+2^9+2^{11}$

$=(2^4+2^1+2^0)+2^6+2^9+2^{11}$

$=2^{11}+2^9+2^6+2^4+2^1+2^0$

$=\underline{\underline{101001010011_2}}$

34. $\boxed{\text{B}}$

對於 I：

$\dfrac{1}{ab}=\left(\dfrac{x+i}{11}\right)\left(\dfrac{x-i}{11}\right)=\dfrac{x^2-i^2}{121}=\dfrac{x^2+1}{121}$，這是一個實數

由於 x^2 未必是一個有理數，因此 $\dfrac{1}{ab}$ 未必是一個有理數。

∴ I 未必正確。

對於 II：

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{x-i}{x+i}=\dfrac{(x-i)^2}{(x+i)(x-i)}=\dfrac{x^2-2xi+i^2}{x^2-i^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}-\dfrac{2x}{x^2+1}i$

$\dfrac{a}{b}$ 的實部是 $\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$。

$\dfrac{b}{a}=\dfrac{x+i}{x-i}=\dfrac{(x+i)^2}{(x-i)(x+i)}=\dfrac{x^2+2xi+i^2}{x^2-i^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}+\dfrac{2x}{x^2+1}i$

$\dfrac{b}{a}$ 的實部是 $\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$。

∴ $\dfrac{a}{b}$ 的實部與 $\dfrac{b}{a}$ 的實部相同。

∴ II 是正確的。

對於 III：

$\dfrac{1}{a}=\dfrac{x+i}{11}$

$\dfrac{1}{a}$ 的虛部是 $\dfrac{1}{11}$。

$a=\dfrac{11}{x+i}=\dfrac{11(x-i)}{(x+i)(x-i)}=\dfrac{11x-11i}{x^2+1}$

a 的虛部是 $\dfrac{-11}{x^2+1}$。

∵ $\dfrac{1}{\frac{-11}{x^2+1}}=\dfrac{x^2+1}{-11}\neq\dfrac{1}{11}$

∴ III 並不正確。

∴ 答案是 B。

35. $\boxed{\text{B}}$

∵ BC 的方程是 $y=-x+5$。

∴ C 的坐標是 $(0, 5)$。

把 $y=0$ 代入 $y=-2x+8$，可得

$0=-2x+8$

$x=4$

∴ A 的坐標是 $(4, 0)$。

$$\begin{cases} y=-2x+8 & \text{......(1)} \\ y=-x+5 & \text{......(2)} \end{cases}$$

把 (1) 代入 (2) ，可得

$-2x+8=-x+5$

$x=3$

把 $x=3$ 代入 (2) ，可得

$y=-3+5=2$

∴ B 的坐標是 $(3, 2)$。

在 $A(4, 0)$，$P=2(4)+3(0)=8$

在 $B(3, 2)$，$P=2(3)+3(2)=12$

在 $C(0, 5)$，$P=2(0)+3(5)=15$

在 $O(0, 0)$，$P=2(0)+3(0)=0$

∴ $2x+3y$ 的最大值是 15。

36. $\boxed{\text{A}}$

對於 I：

$a_n=a+(n-1)d$

∵ $a_{45}=33$ 及 $a_{51}=69$

∴ $\begin{cases} 33=a+44d & \text{......(1)} \\ 69=a+50d & \text{......(2)} \end{cases}$

解方程後，可得

$a=-231$ 及 $d=6$。

∴ $a_{39}=-231+(38)6$

$=-3$

<0

∴ I 是正確的。

對於 II：

$a_1=-231$及 $a_2=-231+6=-225$

∴ $a_1\bullet a_2=51975>0$

∴ II 是正確的。

對於 III：

$a_{30}+a_{31}+a_{32}+....+a_{49}$

$=(a_1+a_2+a_3+....+a_{49})-(a_1+a_2+a_3+....+a_{29})$

$=\dfrac{49}{2}[2(-231)+48(6)]-\dfrac{29}{2}[2(-231)+28(6)]$

$=0$

∴ III 並不正確。

∴ 答案是 A。

37. $\boxed{\text{D}}$

∵ $y=g(x)$ 的圖像是透過把 $y=f(x)$ 的圖像對 x 軸反射而得出。

$\therefore \quad g(x) = -f(x)$

$$= -\log_a x$$

$$= -\frac{\log x}{\log a}$$

$$= \frac{\log x}{-\log a}$$

$$= \frac{\log x}{\log \frac{1}{a}}$$

$$= \underline{\underline{\log_{\frac{1}{a}} x}}$$

38. $\boxed{\text{A}}$

對於 I：

當 $x = 0$，$y = -4$。

$\therefore \quad -4 = a + b\tan[4(0)]°$

$a = -4$

< 0

$\therefore$ I 是正確的。

對於 II：

把 $y = \tan x$ 與 $y = -4 + b\tan 4x°$ 的圖像比較，可知 $y = -4 + b\tan 4x°$ 可以由以下變換得出：

(i) 向下方平移 4 單位。

(ii) 沿 x 軸縮小至原來的 $\frac{1}{4}$ 倍。

(iii) 沿 y 軸放大至原來的 b 倍。

$\because \quad y = -4 + b\tan 4x°$ 的圖像沒有沿 x 軸反射。

$\therefore \quad b > 0$

$\therefore$ II 是正確的。

對於 III：

把 $x = \frac{\theta°}{4}$ 代入 $y = -4 + b\tan 4x°$，可得

$y = -4 + b\tan\theta°$

如果 $\tan\theta° = -\frac{1}{b}$，可得

$$y = -4 + b\left(-\frac{1}{b}\right)$$

$$= -5$$

$$< -4$$

$\because$ 圖像的最低點為 -4。

$\therefore \quad \tan\theta° \neq -\frac{1}{b}$

$\therefore$ III 並不正確。

$\therefore$ 答案是 A。

39. $\boxed{\text{C}}$

在 $\triangle ACD$ 中，

$AD^2 = AC^2 + CD^2$ (畢氏定理)

$= (6^2 + 4^2)\text{ cm}^2$

$AD = \sqrt{52}\text{ cm}$

$AP = \frac{AD}{2}$ (正方形性質)

$= \frac{\sqrt{52}}{2}\text{ cm}$

$= \sqrt{13}\text{ cm}$

在 $\triangle APM$ 中，

$PM^2 = AP^2 + AM^2$ (畢氏定理)

$$= \left[(\sqrt{13})^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2\right]\text{cm}^2$$

$PM = \sqrt{29}\text{ cm}$

在 $\triangle MBF$ 中，

$MF^2 = MB^2 + BF^2$ (畢氏定理)

$$= \left[\left(\frac{8}{2}\right)^2 + 4^2\right]\text{cm}^2$$

$MF = \sqrt{32}\text{ cm}$

在 $\triangle PEF$ 中，

$PF^2 = PE^2 + EF^2$ (畢氏定理)

$= [(\sqrt{13})^2 + 8^2]\text{ cm}^2$

$PF = \sqrt{77}\text{ cm}$

在 $\triangle MPF$ 中，利用餘弦公式，

$$\cos\angle MFP = \frac{MF^2 + PF^2 - PM^2}{2(MF)(PF)}$$

$$= \frac{(\sqrt{32})^2 + (\sqrt{77})^2 - (\sqrt{29})^2}{2(\sqrt{32})(\sqrt{77})}$$

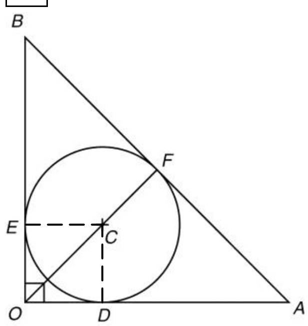
$$= \frac{80}{8\sqrt{154}}$$

$$= \frac{10}{\sqrt{154}}$$

$$\tan\angle MFP = \frac{\sqrt{(\sqrt{154})^2 - 10^2}}{10}$$

$$= \underline{\underline{\frac{\sqrt{54}}{10}}}$$

40. $\boxed{\text{C}}$



連接 CD 和 CE。

$\because$ C 是 $\triangle OAB$ 的內心。

$\therefore$ C 是圓的圓心。

$\because$ $CD \perp OA$ 及 $CE \perp OB$ (切線 $\perp$ 半徑)

$\therefore \quad OD = CE =$ 半徑 $= 3$ cm

$OC = \sqrt{3^2 + 3^2}$ cm　(畢氏定理)

$= 3\sqrt{2}$ cm

$\therefore \quad OF = (3\sqrt{2} + 3)$ cm

$\because \quad OF$ 是 $\triangle OAB$ 的角平分線。

$\therefore \quad \angle AOF = \dfrac{90°}{2} = 45°$

$\because \quad OF \perp AB$　(切線 ⊥ 半徑)

$\therefore$　在 $\triangle AOF$ 中，

$$\cos 45° = \frac{OF}{OA}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{(3\sqrt{2}+3)\text{ cm}}{OA}$$

$$OA = \sqrt{2}(3\sqrt{2}+3)\text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{(6+3\sqrt{2})\text{ cm}}}$$

41. $\boxed{\text{C}}$

$x + 2y - 3 = 0$

$x = 3 - 2y$......(1)

把 (1) 代入 $x^2 + y^2 - 3x - 4y + k = 0$，可得

$$(3-2y)^2 + y^2 - 3(3-2y) - 4y + k = 0$$

$$9 - 12y + 4y^2 + y^2 - 9 + 6y - 4y + k = 0$$

$$5y^2 - 10y + k = 0 \text{......}(*)$$

$\because$　該圓與直線只相交於一點。

$\therefore$　(*)的 $\Delta = 0$

$$(-10)^2 - 4(5)(k) = 0$$

$$100 - 20k = 0$$

$$k = \underline{\underline{5}}$$

42. $\boxed{\text{D}}$

$\because \quad \angle AOB = 90°$

$\therefore \quad AB$ 是 OAB 的外接圓的一條直徑。

(半圓上的圓周角的逆定理)

$\triangle OAB$ 的外心的坐標

$$= \left(\frac{a+0}{2}, \frac{0+b}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

把 $\left(\dfrac{a}{2}, \dfrac{b}{2}\right)$ 代入 $-2x + 6y = a$，可得

$$-2\left(\frac{a}{2}\right) + 6\left(\frac{b}{2}\right) = a$$

$$-a + 3b = a$$

$$2a = 3b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$\therefore \quad a : b = \underline{\underline{3:2}}$

43. $\boxed{\text{C}}$

所求的四位偶數數目

$= 3 \times P_3^4$

$= \underline{\underline{72}}$

44. $\boxed{\text{C}}$

P(曉君勝出該遊戲)

$$= \frac{2}{6} + \left(1 - \frac{2}{6}\right) \times \left(1 - \frac{2}{6}\right) \times \frac{2}{6}$$

$$+ \left(1 - \frac{2}{6}\right) \times \left(1 - \frac{2}{6}\right) \times \left(1 - \frac{2}{6}\right) \times \left(1 - \frac{2}{6}\right) \times \frac{2}{6} + \ldots$$

$$= \frac{2}{6} + \left(\frac{4}{6}\right)^2 \times \frac{2}{6} + \left(\frac{4}{6}\right)^4 \times \frac{2}{6} + \ldots$$

$$= \frac{\frac{2}{6}}{1 - \left(\frac{4}{6}\right)^2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

45. $\boxed{\text{D}}$

對於 I 及 II：

從圖像可見，A 的眾數 $< B$ 的眾數。

$\because \quad A$ 和 B 都屬正態分佈。

$\therefore \quad A$ 的平均數 $= A$ 的眾數

及 B 的平均數 $= B$ 的眾數

$\therefore \quad A$ 的平均數 $< B$ 的平均數

$\therefore$　I 及 II 皆正確。

對於 III：

$\because \quad A$ 的離差較 B 小。

$\therefore \quad A$ 的方差 $< B$ 的方差

$\therefore$　III 是正確。

$\therefore$　答案是 D。